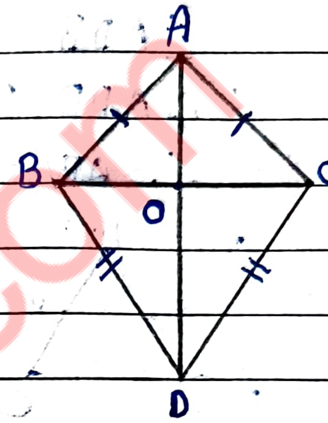
# પ્રકરણ :- 7

પ્રશ્ન-1 ABC અને DBC એ સમાન પાયા BC પર આવેલા બે ત્રિકોણ છે. A અને D પાયા BC ની વિરુદ્ધ દિશામાં છે. AB = AC અને DB = DC છે. સા.કરો કે, AD એ રેખાખંડ BC નો લંબદ્વિભાજક છે.




→ $\triangle ABD$ અને $\triangle ACD$ માં,

$AB = AC$ (પક્ષ)

$DB = DC$ (પક્ષ)

$AD = AD$ (સામાન્ય બાજુ)

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (બાબાબા શરત મુજબ)

$\therefore \angle BAO = \angle CAO$ (CPCT) —— (1)

→ $\therefore \triangle AOB$ અને $\triangle AOC$ માં,

$AB = AC$ (પક્ષ)

$\angle BAO = \angle CAO$ ((1) પરથી)

$AO = AO$ (સામાન્ય બાજુ)

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle AOC$ (બાખૂબા શરત મુજબ)

$\therefore \angle AOB = \angle AOC$ (CPCT)

→ $\angle AOB + \angle AOC = 180^\circ$ (રૈખિક જોડના ખૂણા)

$\therefore \angle AOB + \angle AOB = 180^\circ$

$\therefore 2\angle AOB = 180^\circ$

$\therefore \angle AOB = \frac{180^\circ}{2}$

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$ —— (2)

→ (2) પરથી કહી શકાય કે, AD એ રેખાખંડ BC નો લંબદ્વિભાજક છે.

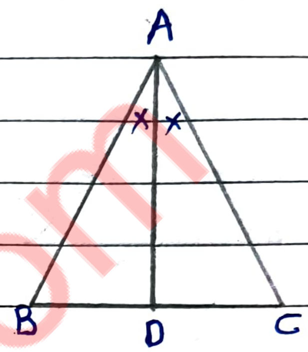
PAGE No.
DATE

2. $\Delta ABC$ માં AD એ BC નો લંબદ્વિભાજક છે. સાબિત કરો કે, $\Delta ABC$ કે જેમાં $AB = AC$ હોય તેવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.

→ AD એ BC નો લંબદ્વિભાજક છે.

$\angle BAD = \angle CAD$ (આકૃતિ મુજબ)

$\angle BDA = \angle CDA = 90^\circ$




→ $\Delta ADB$ અને $\Delta ADC$ માં,

$\angle BAD = \angle CAD$ (પક્ષ)

$AD = AD$ (સામાન્ય બાજુ)

$\angle BDA = \angle CDA$ (પક્ષ)

$\therefore \Delta ADB \cong \Delta ADC$ (ખૂબાખૂ શરત મુજબ)

$\therefore AB = AC$ (CPCT)

→ $\therefore \Delta ABC$ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.

3. કાટકોણ ત્રિકોણ ABC માં $\angle C$ કાટખૂણો છે. M એ કર્ણ AB નું મધ્યબિંદુ છે. $DM = CM$ થાય તે રીતે C ને M સાથે જોડી D સુધી લંબાવો. બિંદુઓ D અને B જોડો.

સાબિત કરો,

(1) $\Delta AMC \cong \Delta BMD$

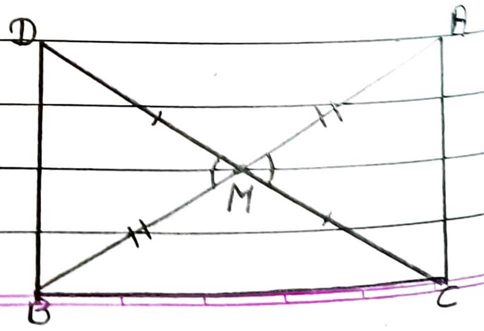
(2) $\angle DBC$ કાટકોણ છે.

→ $DM = CM$

M એ AB નું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore AM = BM$

**પ્રશ્ન = 3** કાટકોણ ત્રિકોણ ABC માં $\angle C$ કાટખૂણો છે. M એ કર્ણ AB નું મધ્યબિંદુ છે. $DM = CM$ થાય એ રીતે C ને M સાથે જોડી D સુધી લંબાવો બિંદુઓ D અને B જોડો. સાબિત કરો કે, (1) $\Delta AMC \cong \Delta BMD$ (2) $\angle DBC$ કાટકોણ છે.




→ $DM = CM$

→ M એ AB નું મધ્યબિંદુ છે

$\therefore AM = BM$

Date ______
Page ______

→ $\Delta AMC$ અને $\Delta BMD$ એ પરસ્પર M બિંદુમાં છેદે છે
∴ $\angle AMC = \angle BMD$ (અભિકોણની જોડ) —— (1)

→ ~~$\Delta AMD$~~

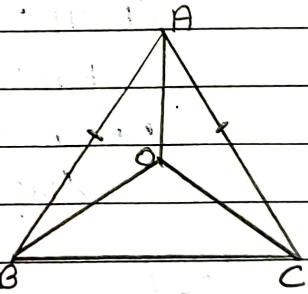
(1) $\Delta AMC$ અને $\Delta BMD$ માં

$AM = BM$ (પક્ષ)
$\angle AMC = \angle BMD$ ((1) પરથી)
$CM = DM$ (પક્ષ)
∴ $\Delta AMC \cong \Delta BMD$ (બાખૂબા શરત)

→ (2) $AC \parallel BD$ ની છેદિકા BC હોવાથી,
$\angle ACB + \angle DBC = 180^\circ$ (છેદિકાની એક તરફના અંતઃકોણની જોડ)
$\angle C + \angle DBC = 180^\circ$
$90^\circ + \angle DBC = 180^\circ$
$\angle DBC = 180^\circ - 90^\circ$
$\boxed{\angle DBC = 90^\circ}$

→ $\angle DBC = 90^\circ$ હોવાથી તે ~~કાટખૂ~~ કાટકોણ છે.

પ્રશ્ન-4 જેમાં $AB = AC$ હોય તેવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC માં $\angle B$ અને $\angle C$ ના દ્વિભાજકો એકબીજાને O માં છેદે છે. A અને O ને જોડો. સાબિત કરો કે, (1) $OB = OC$
(2) AO એ $\angle A$ નો દ્વિભાજક છે




→ $AB = AC$
$\angle B = \angle C$ (પ્રમેય-7.2)

→ $\Delta OBC$ માં,
$\angle OBC = \angle OCB$
$OB = OC$ (પ્રમેય-7.3) —— (1)

Date
Page

→ પછી, $\triangle ABO$ અને $\triangle ACO$ માં,

$AB = AC$ (પક્ષ)

$BO = CO$ ((1) પરથી)

$AO = AO$ (સામાન્ય બાજુ)

$\triangle ABO \cong \triangle ACO$ (બાબાબા શરત)

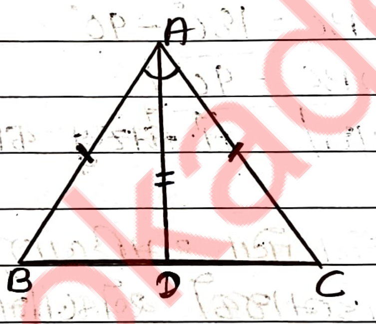
→ તેથી $AO$ એ $\angle A$ નો દ્વિભાજક છે.

**પ્રશ્ન=5** સાબિત કરો કે, ત્રિકોણની બે બાજુઓ સમાન હોય, તો તેમની સામેના ખૂણાઓ સમાન હોય.

**પક્ષ:-** ત્રિકો $\triangle ABC$ માં $AB = AC$ છે.

**સાધ્ય:-** $\angle B = \angle C$

**સાબિતી:-**




→ $\triangle ABD$ અને $\triangle ACD$ માં

$AB = AC$ (પક્ષ)

$\angle BAD = \angle CAD$ (પક્ષ)

$AD = AD$ (સામાન્ય બાજુ)

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (બાખૂબા શરત)

$\angle B = \angle C$ (CPCT)

→ તેથી, ત્રિકોણની બે બાજુઓ સમાન હોય, તો તેમની સામેના ખૂણાઓ સમાન હોય.

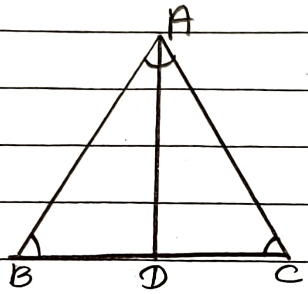
Date
Page

**પ્રશ્ન=6** સાબિત કરો કે, ત્રિકોણના સમાન ખૂણાની સામેની બાજુઓ સમાન હોય છે.

**પક્ષ:-** $\Delta ABC$ માં $\angle B = \angle C$ છે.

**સાધ્ય:-** $AB = AC$

**સાબિતી:-**



→ $\Delta ABD$ અને $\Delta ACD$ માં,

$\angle B = \angle C$ (પક્ષ)

$\angle BAD = \angle CAD$ (પક્ષ)

$AD = AD$ (સામાન્ય બાજુ)

$\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (ખૂખૂબા શરત)

$AB = AC$ (CPCT)

→ આથી, સાબિત થાય છે કે ત્રિકોણના સમાન ખૂણાની સમાન સામેની બાજુઓ સમાન હોય છે.

**પ્રશ્ન=7** સાબિત કરો કે, જો એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુ અનુક્રમે ~~બીજુ ત્રિકોણના અનુરૂપ ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુ અનુક્રમે~~ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુને સમાન હોય તો આ બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

→ **પક્ષ=** $\Delta ABC$ અને $\Delta DEF$ માં

$\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$, $BC = EF$

**સાધ્ય=** $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

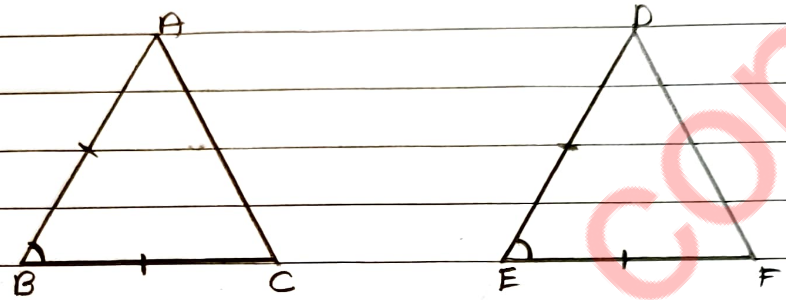
<u>સાબિતી</u>: AB અને DE માટે ત્રણ શક્યતાઓ બને,

(1) $AB = DE$

(2) $AB > DE$

(3) $AB < DE$

→ (1) $AB = DE$




→ <u>$\Delta ABC$ અને $\Delta DEF$ માં</u>

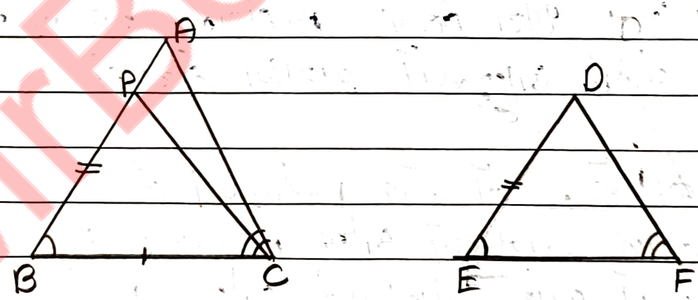
$AB = DE$ (પક્ષ)

$\angle B = \angle E$ (પક્ષ)

$BC = EF$ (પક્ષ)

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (બાખૂબા શરત)

⇒ (2) $AB > DE$




→ બાજુ AB પર બિંદુ P એ રીતે લો કે જેથી $PB = DE$

→ <u>$\Delta PBC$ અને $\Delta DEF$ માં</u>

$PB = DE$ (ધારેલ)

$\angle B = \angle E$ (પક્ષ)

$BC = EF$ (પક્ષ)

$\Delta PBC \cong \Delta DEF$ (બાખૂબા શરત)

$\angle PCB = \angle DFE$ (CPCT)

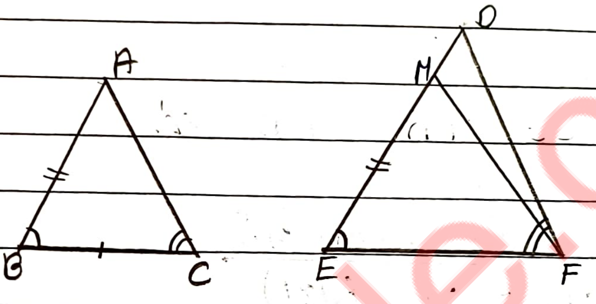
પરંતુ, $\angle ACB = \angle DFE$ (પક્ષ)

$\angle PCB = \angle ACB$

→ આ માત્ર ત્યારે જ શક્ય બને ત્યારે $P = A$, $AB = DE$ હોય

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ (બાખૂબા શરત)

⇒ (3) $AB < DE$




→ બાજુ DE પર બિંદુ M લેતા $AB = ME$ થાય.

→ $\Delta ABC$ અને $\Delta MEF$ માં

$AB = ME$ (ધારેલ)

$\angle B = \angle E$ (પક્ષ)

$BC = EF$ (પક્ષ)

$\Delta ABC \cong \Delta MEF$ (બાખૂબા શરત)

$\angle ACB = \angle MFE$ (CPCT)

પરંતુ, $\angle ACB = \angle DFE$ (પક્ષ)

$\angle MFE = \angle DFE$

→ આ માત્ર ત્યારે જ શક્ય બને જ્યારે $D = M$ અને $AB = DE$ થાય.